МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ

НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ

«ХАРКІВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ»

Кафедра «Програмна інженерія та інформаційні технології управління»

Лабораторна робота №6

з курсу: «Теорія прийняття рішень»

Виконали:

студенти групи КН-36б

Ликова М. С.

Момот М. І.

Гарбозюк М. М.

Перевірив:

доцент каф. ПІІТУ

Воловщиков В. Ю.

Харків

2019

**Тема роботи**: розв’язання багатокритеріальної задачі щодо знаходження ефективних альтернатив за допомогою методу послідовного введення обмежень.

**Завдання для виконання:** вирішити наступну задачу багатокритеріальної оптимізації



**Математична постановка задачі багатокритеріальної оптимізації в загальному вигляді**

У загальному випадку формально задача багатокритеріальної оптимізації, ключовою особливістю якої є суперечливість множини функцій мети (критеріїв), може бути подана в наступному вигляді:



де  та  – множини індексів функцій мети , які відповідно максимізуються та мінімізуються, причому ;  – множина індексів функцій , що визначають обмеження задачі та формують множину припустимих варіантів альтернатив ;  – вектор змінних задачі багатокритеріальної оптимізації, з яким пов’яжемо поняття альтернативи – варіанта розв’язку, що задовольняє обмеження задачі і є способом досягнення поставлених цілей.

**Математична постановка однокритеріального еквіваленту вихідної багатокритеріальної задачі відповідно до методу послідовного введення обмежень в загальному вигляді**

Метод послідовного введення обмежень для розв'язання задач багатокритеріальної оптимізації складається з послідовності кроків. На кожному кроці:

1. визначаються найкращі можливі значення всіх цільових функцій, які досягаються на визначених перевагами ОПP підмножинах альтернатив;
2. розраховується вектор вагових коефіцієнтів, що визначає важливості окремих критеріїв;
3. визначається альтернатива, яка щонайкраще поліпшує зважену суму всіх окремих критеріїв.

У тому випадку, якщо знайдена альтернатива не відповідає перевагам ОПР, воно виділяє критерій з найгіршим, на його думку, значенням цільової функції та вказує рівень, при якому значення показника за цим критерієм можна було б вважати задовільним.

Формалізуємо вищесказане та розглянемо формальне подання деякого *k-*гo кроку обчислювальної процедури методу послідовного введення обмежень.

Крок *k*. Розрахувати оптимальні значення для всіх окремих критеріїв:



і сформувати відповідний вектор , де *Ak* - множина припустимих варіантів альтернатив на *k*-му кроці;  - найкраще значення *і*-го окремого критерію на множині припустимих варіантів альтернатив *Ak* на *k*-му кроці.

Визначити значення вагових коефіцієнтів , де  - важливість *і*-го окремого критерію на *k*-му кроці. Для розрахунку  може бути використаний один із трьох поданих підходів.

1. Скласти матрицю , кожна пара симетричних елементів якої  характеризує відносну важливість *і*-гo окремого критерію в порівнянні з *l-*м. Значення пари елементів вибирається в такий спосіб: (8,1/8) при значно більшій перевазі важливості *і*-гo критерію в порівнянні з *l-*м; (4,1/4) - при значній перевазі важливості *і*-гo окремого критерію в порівнянні з *l-*м; (2,1/2) - при великій перевазі важливості *і*-гo окремого критерію в порівнянні з *l-*м; (1,1) - при рівноцінності окремих критеріїв. Тоді



1. Нехай  - альтернатива, що оптимізує *l-*ту цільову функцію на множині *Ak*.  - найкраще значення *і*-ї цільової функції на множині *Ak.* Далі обчислюються величини 



На основі отриманих значень визначаються вагові коефіцієнти за формулою



1. Даний спосіб відрізняється від попередніх тим, що в цьому випадку розраховуються середні відносні відхилення



після чого вагові коефіцієнти визначаються аналогічним чином:



Після розрахунку вектора вагових коефіцієнтів у рамках методу послідовного введення обмежень формується однокритеріальний еквівалент вихідної багатокритеріальної задачі:



і визначаються ефективна альтернатива  та її оцінка . Далі аналізують оцінку шляхом зіставлення її з ідеальною оцінкою . Якщо оцінка відповідає перевагам ОПР, то процедуру пошуку рішень закінчують, а альтернативу вважають альтернативою, що рекомендується до прийняття рішень. У супротивному випадку вказують номер цільової функції *і(k),* значення якої на думку ОПР найменш задоволено. Потім визначають, на яку величину необхідно поліпшити цю цільову функцію, тобто визначають рівень , при якому значення показника за відповідним критерієм можна було о вважати задовільним. Таким чином, формують нову підмножину альтернатив



i переходять на (k+1) крок.

**Математична постановка задачі багатокритеріального оптимізації згідно з виданим завданням**

Згідно виданого завдання задача багатокритеріальної оптимізації прийме наступний вигляд:



**Математична постановка однокритеріального еквіваленту вихідної багатокритеріальної задачі відповідно до методу послідовного введення обмежень згідно до виданого завдання**

Перший підхід.

Крок 1.

Знайдемо оптимальні значення кожного критерію.



Сформуємо вектор  .

Визначимо значення вагових коефіцієнтів на основі наступного подання матриці

,

відповідно до якого критерій 1 має значно більшу перевагу за важливістю в порівнянні з критерієм 2, та значну перевагу за важливістю в порівнянні з критерієм 3. Критерій 2 має значну перевагу за важливістю в порівнянні з критерієм 3.

Після обробки матриці за формулою , одержуємо значення компонентів вектору вагових коефіцієнтів.

Після розрахунку вектору вагових коефіцієнтів формуємо однокритеріальний еквівалент вихідної багатокритеріальної задачі:



при обмеженнях



У результаті розв’язання сформульованої задачі, буде визначена ефективна альтернатива  та відповідна їй оцінка .

Ця оцінка не відповідає нашим вимогам. Нас не влаштовує значення, якого набуває критерій . Цю цільову функцію необхідно поліпшити, тобто визначаємо рівень , при якому значення показника за відповідним критерієм можна було б вважати задовільним. Таким чином, необхідно сформувати нову підмножину припустимих альтернатив:



при обмеженнях



і перейти до кроку 2.

Крок 2.

Розрахуємо оптимальні значення всіх окремих критеріїв і сформуємо вектор .

Визначимо значення вагових коефіцієнтів на основі наступного подання матриці

,

відповідно до якого критерій 1 має значну перевагу за важливістю в порівнянні з критерієм 2 та 3. Критерій 2 має значну перевагу за важливістю в порівнянні з критерієм 3.

Після обробки матриці за формулою, одержуємо значення компонентів вектору вагових коефіцієнтів.

Після розрахунку вектору вагових коефіцієнтів формуємо однокритеріальний еквівалент вихідної багатокритеріальної задачі:



при обмеженнях



У результаті розв’язання сформульованої задачі, буде визначена ефективна альтернатива  та відповідна їй оцінка .

Ця оцінка не відповідає нашим вимогам. Нас не влаштовує значення, якого набуває критерій . Цю цільову функцію необхідно поліпшити, тобто визначаємо рівень , при якому значення показника за відповідним критерієм можна було б вважати задовільним. Таким чином, необхідно сформувати нову підмножину припустимих альтернатив:



при обмеженнях



і перейти до кроку 3.

Крок 3.

Розрахуємо оптимальні значення всіх окремих критеріїв і сформуємо вектор .

Визначимо значення вагових коефіцієнтів на основі наступного подання матриці

,

відповідно до якого критерій 1 має значну перевагу за важливістю в порівнянні з критерієм 2 та 3. Критерій 2 має значну перевагу за важливістю в порівнянні з критерієм 3.

Після обробки матриці за формулою, одержуємо значення компонентів вектору вагових коефіцієнтів.

Після розрахунку вектору вагових коефіцієнтів формуємо однокритеріальний еквівалент вихідної багатокритеріальної задачі:



при обмеженнях



У результаті розв’язання сформульованої задачі, буде визначена ефективна альтернатива  та відповідна їй оцінка .

Ця оцінка не відповідає нашим вимогам. Нас не влаштовує значення, якого набуває критерій . Цю цільову функцію необхідно поліпшити, тобто визначаємо рівень , при якому значення показника за відповідним критерієм можна було б вважати задовільним. Таким чином, необхідно сформувати нову підмножину припустимих альтернатив:



при обмеженнях



і перейти до кроку 4.

Крок 4.

Розрахуємо оптимальні значення всіх окремих критеріїв і сформуємо вектор .

Визначимо значення вагових коефіцієнтів на основі наступного подання матриці

,

відповідно до якого критерій 1 має значну перевагу за важливістю в порівнянні з критерієм 2 та 3. Критерій 2 має значну перевагу за важливістю в порівнянні з критерієм 3.

Після обробки матриці за формулою, одержуємо значення компонентів вектору вагових коефіцієнтів.

Після розрахунку вектору вагових коефіцієнтів формуємо однокритеріальний еквівалент вихідної багатокритеріальної задачі:



при обмеженнях



У результаті розв’язання сформульованої задачі, буде визначена ефективна альтернатива  та відповідна їй оцінка.

Ця оцінка дорівнює оцінці, що була отримана на попередньому кроці, а відповідно можна закінчувати обчислювальну процедуру.

Другий підхід.

Крок 1.

Знайдемо максимальні та мінімальні значення кожного критерію.







Сформуємо вектор .

Визначимо значення вагових коефіцієнтів 



Після розрахунку вектору вагових коефіцієнтів формуємо однокритеріальний еквівалент вихідної багатокритеріальної задачі



при обмеженнях



У результаті розв’язання сформульованої задачі буде визначена ефективна альтернатива  та відповідна їй оцінка .

Ця оцінка не відповідає нашим вимогам. Нас не влаштовує значення, якого набуває критерій . Цю цільову функцію необхідно поліпшити, тобто визначаємо рівень , при якому значення показника за відповідним критерієм можна було б вважати задовільним. Таким чином, необхідно сформувати нову підмножину припустимих варіантів альтернатив:



при обмеженнях



і перейти до кроку 2.

Крок 2.

Розрахуємо оптимальні значення всіх окремих критеріїв і сформуємо вектор .







Визначимо значення вагових коефіцієнтів 



Після розрахунку вектору вагових коефіцієнтів формуємо однокритеріальний еквівалент вихідної багатокритеріальної задачі



при обмеженнях



У результаті розв’язання сформульованої задачі буде визначена ефективна альтернатива  та відповідна їй оцінка .

Ця оцінка не відповідає нашим вимогам. Нас не влаштовує значення, якого набуває критерій . Цю цільову функцію необхідно поліпшити, тобто визначаємо рівень , при якому значення показника за відповідним критерієм можна було б вважати задовільним. Таким чином, необхідно сформувати нову підмножину припустимих варіантів альтернатив:



при обмеженнях



і перейти до кроку 3.

Крок 3.

Розрахуємо оптимальні значення всіх окремих критеріїв і сформуємо вектор .







Визначимо значення вагових коефіцієнтів 



Після розрахунку вектору вагових коефіцієнтів формуємо однокритеріальний еквівалент вихідної багатокритеріальної задачі



при обмеженнях



У результаті розв’язання сформульованої задачі буде визначена ефективна альтернатива  та відповідна їй оцінка .

Ця оцінка дорівнює оцінці, що була отримана на попередньому кроці, а відповідно можна закінчувати обчислювальну процедуру.

Третій підхід.

Крок 1.

Знайдемо максимальні та мінімальні значення кожного критерію.







Сформуємо вектор .

Визначимо значення вагових коефіцієнтів 



Після розрахунку вектору вагових коефіцієнтів формуємо однокритеріальний еквівалент вихідної багатокритеріальної задачі



при обмеженнях



У результаті розв’язання сформульованої задачі буде визначена ефективна альтернатива  та відповідна їй оцінка .

Ця оцінка не відповідає нашим вимогам. Нас не влаштовує значення, якого набуває критерій . Цю цільову функцію необхідно поліпшити, тобто визначаємо рівень , при якому значення показника за відповідним критерієм можна було б вважати задовільним. Таким чином, необхідно сформувати нову підмножину припустимих варіантів альтернатив:



при обмеженнях



і перейти до кроку 2.

Крок 2.

Розрахуємо оптимальні значення всіх окремих критеріїв і сформуємо вектор .







Визначимо значення вагових коефіцієнтів 



Після розрахунку вектору вагових коефіцієнтів формуємо однокритеріальний еквівалент вихідної багатокритеріальної задачі



при обмеженнях



У результаті розв’язання сформульованої задачі буде визначена ефективна альтернатива  та відповідна їй оцінка .

Ця оцінка не відповідає нашим вимогам. Нас не влаштовує значення, якого набуває критерій . Цю цільову функцію необхідно поліпшити, тобто визначаємо рівень , при якому значення показника за відповідним критерієм можна було б вважати задовільним. Таким чином, необхідно сформувати нову підмножину припустимих варіантів альтернатив:



при обмеженнях



і перейти до кроку 3.

Крок 3.

Розрахуємо оптимальні значення всіх окремих критеріїв і сформуємо вектор .







Визначимо значення вагових коефіцієнтів 



Після розрахунку вектору вагових коефіцієнтів формуємо однокритеріальний еквівалент вихідної багатокритеріальної задачі



при обмеженнях



У результаті розв’язання сформульованої задачі буде визначена ефективна альтернатива  та відповідна їй оцінка .

Ця оцінка відповідає нашим вимогам. Закінчуємо обчислювальну процедуру.

Висновок:

В лабораторій роботі була вирішена задача багатокритеріальної оптимізації методом послідовного введення обмежень. Були розглянуті 3 підходи знаходження вагових коефіцієнтів . При використанні першого підходу на 2 кроці були отримані значення вагових коефіцієнтів  і значення функції . у другому підході  і . в третьому   та . При використанні першого підходу досягнуто Найбільший значення . Тому вибір вагових коефіцієнтів  з використанням другого підходу є найкращим при вирішенні цього завдання.